創伸塾
Creativity and growth power

数学ⅡB

数学本科テキスト(学校内容準拠)

Carolus Fridericus Gauss

Theme01　式と証明　§1　整式の計算

$\boxed{1}$

次の多項式 A，B について，A を B で割った商と余りを求めよ。

(1)　$A=a^2+7a+10$，$B=a+2$　　(2)　$A=x^2-3x-5$，$B=2x-2$

(3)　$A=x^3+5x-6$，$B=x-1$　　(4)　$A=a^3+2a-3$，$B=a^2+2a-1$

$\boxed{2}$

次のような多項式 B を，それぞれ求めよ。

(1)　x^3-x^2+3x+1 を B で割ると，商が $x+1$，余りが $3x-1$

(2)　$6x^4+7x^3-9x^2-x+2$ を B で割ると，商が $2x^2+x-3$，余りが $6x-1$

(3)　x^4-6x^2+2x+8 を B で割ると，商が B と一致し，余りが $2x-1$

$\boxed{3}$

次の式 A，B を a についての多項式とみて，A を B で割った商と余りを求めよ。

(1)　$A=2a^3-6a^2b+8b^3$，$B=a-b$

(2)　$A=a^4+a^2b^2+b^4$，　$B=a^2+ab+b^2$

$\boxed{4}$

次の分数式を約分して，既約分数式にせよ。

(1)　$\dfrac{15a^2b^2}{40a^3b}$　　(2)　$\dfrac{4a^3+8ab^2}{5a^2}$　　(3)　$\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}$

(4)　$\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-x-2}$　　(5)　$\dfrac{a^2-(b-c)^2}{(a+b)^2-c^2}$　　(6)　$\dfrac{a^3-a^2b+ab^2}{a^3+b^3}$

5

次の計算をせよ。

(1) $\dfrac{(7a^2b)^2}{21x^3y^3}\times\dfrac{3x^2y}{35(ab^2)^2}$

(2) $\dfrac{3axy^3}{5b^2}\div\dfrac{6ay^3}{10b^2x}$

(3) $\dfrac{a^2-11a+24}{a^2-6a-16}\times\dfrac{a^2+2a}{a^2-6a+9}$

(4) $\dfrac{x^2-8x-20}{3x^2+5x-2}\times\dfrac{3x^2-31x+10}{x^3-2x^2-80x}$

(5) $\dfrac{a^2+3a+2}{a^2-5a+6}\div\dfrac{a^2+4a+3}{a^2+a-12}$

(6) $\dfrac{x^2-9}{x+2}\div(x^2-x-6)$

(7) $\dfrac{6x^2-7x-20}{x^2-4}\times\dfrac{x^2-x-2}{6x^2-15x}\div\dfrac{3x^2+7x+4}{x^2+2x}$

6

次の計算をせよ。

(1) $\dfrac{x^2+4}{x-2}-\dfrac{4x}{x-2}$

(2) $\dfrac{3}{x(3-x)}+\dfrac{x}{3(x-3)}$

(3) $\dfrac{1}{x^2-x}+\dfrac{1}{x^2-3x+2}$

(4) $\dfrac{3x-4}{x^2-3x+2}-\dfrac{3x+2}{x^2-4}$

(5) $\dfrac{2x-1}{x^2-x-6}-\dfrac{2x+1}{x^2+x-12}$

(6) $\dfrac{x-2}{2x^2-5x+3}+\dfrac{3x-1}{2x^2+x-6}+\dfrac{2x-5}{x^2+x-2}$

7

次の式を簡単にせよ。

(1) $\dfrac{x-1+\dfrac{2}{x+2}}{x+1-\dfrac{2}{x+2}}$

(2) $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-x}}$

Theme02　複素数　　§1　虚数基本計算

$\boxed{1}$

次の計算をせよ．

(1)　$(2+3i)+(3-5i)$　　(2)　$(5+3i)-(6-8i)$　　(3)　$(3-4i)-(3+4i)$

(4)　$(3-2i)^2$　　(5)　$(5+2i)(2-3i)$　　(6)　$(2-5i)(2i-5)$

$\boxed{2}$

次の等式を満たす実数 x，y の値を求めよ．

(1)　$x+3i=2+yi$　　(2)　$(x+1)+(2y-3)i=-1+i$

(3)　$(2i+3)x+(2-3i)y=5-i$　　(4)　$(1+i)(x-yi)=2+i$

$\boxed{3}$

次の複素数について，それと共役な複素数との和，積を求めよ．

(1)　$3+2i$　　(2)　$4-5i$　　(3)　$4i$　　(4)　-2

$\boxed{4}$

次の計算をせよ．

(1)　$\dfrac{1}{1+i}$　　(2)　$\dfrac{1+i}{i}$　　(3)　$\dfrac{3-i}{3+i}$　　(4)　$\dfrac{2+3i}{2-3i}+\dfrac{2-3i}{2+3i}$

$\boxed{5}$

次の各数を，i を用いて表せ．

(1)　$\sqrt{-2}$　　(2)　$\sqrt{-16}$　　(3)　$\sqrt{-75}$　　(4)　$\sqrt{-\dfrac{3}{4}}$

$\boxed{6}$

次の方程式の解を求めよ．

(1)　$x^2=-3$　　(2)　$5x^2=-2$　　(3)　$-27x^2=12$

(4)　$(x-2)^2=-1$　　(5)　$3(x+1)^2=-27$　　(6)　$-2(x-3)^2=3$

$\boxed{\mathbf{7}}$

$x=\dfrac{-1+\sqrt{5}\,i}{2}$, $y=\dfrac{-1-\sqrt{5}\,i}{2}$ であるとき，次の式の値を求めよ．

(1) $x+y$　(2) xy　(3) $xy(x+y)$　(4) x^2+y^2　(5) $x^3+y^3+x^2y+xy^2$

$\boxed{\mathbf{8}}$

平方して $-5-12i$ となる複素数 $z=a+bi$ (a, b は整数) を求めよ．

$\boxed{\mathbf{9}}$

等式 $x^2-4xy+5y^2+2x-8y+5=0$ を満たす実数 x, y の値を求めよ．

Theme03　図形と方程式　§8　円

1

次のような円の方程式を求めよ.

(1)　中心が原点，半径 2

(2)　中心が $(3,\ -1)$，半径 4

(3)　中心が $(1,\ 2)$ で原点を通る.

(4)　直径の両端が $(4,\ -2)$，$(-6,\ -2)$

(5)　中心が $(3,\ 4)$ で x 軸に接する.

(6)　3 点 $(1,\ 1)$，$(2,\ -1)$，$(3,\ 2)$ を通る

2

次の方程式は，どんな図形を表すか.

(1)　$x^2+y^2-6x+5=0$

(2)　$x^2+y^2-2x+4y=0$

(3)　$3x^2+3y^2-6x+12y+5=0$

(4)　$x^2+y^2-\sqrt{3}x+y+1=0$

3

次の円の方程式を求めよ.

(1)　円 $x^2+y^2-3x+5y-1=0$ と中心が同じで，点 $(1,\ 2)$ を通る円

(2)　点 $(1,\ -3)$ に関して，円 $x^2+y^2=1$ と対称な円

(3)　x 軸上に中心があって，2 点 $(3,\ 5)$，$(-3,\ 7)$ を通る円

(4)　中心が直線 $y=x$ 上にあり，半径が $\sqrt{13}$ で点 $(2,\ 1)$ を通る円

(5)　点 $(1,\ 2)$ を通り，x 軸および y 軸に接する円

(6)　3 直線 $x-y=-1$，$x+y=3$，$x+2y=-1$ で作られる三角形の外接円

4

方程式 $x^2+y^2+ax-(a+3)y+\dfrac{5}{2}a^2=0$ が円を表すとき

(1)　定数 a の値の範囲を求めよ.

(2)　この円の半径が最大になるとき，その大きさと定数 a の値を求めよ.

§9　円と直線の位置決定

1

円 $x^2+y^2=1$ と次の直線の位置関係（異なる 2 点で交わる，接する，共有点をもたない）を調べよ．また，共有点のあるときは，その座標を求めよ．

(1)　$x-y=1$　　(2)　$x+y=\sqrt{2}$　　(3)　$2x+3y=6$

2

次の直線と円が，(ア)，(イ)，(ウ) の各条件を満たすように，それぞれ定数 a の値または a の値の範囲を定めよ．

(ア)　異なる 2 点で交わる　　(イ)　接する　　(ウ)　共有点をもたない

(1)　$y=x+a$，$x^2+y^2=1$　　(2)　$y=ax+2$，$x^2+y^2=1$

3

中心が点 (3，0) で，直線 $4x-3y-2=0$ に接する円の方程式を求めよ．

Theme05　三角関数　　　§1　弧度法と一般角

1

次の角の動径を図示せよ。また，それぞれ第何象限にあるか。

(1)　140°　　(2)　410°　　(3)　-70°　　(4)　-760°

2

次の角の動径を OP とするとき，動径 OP の表す一般角を $\alpha+360^\circ\times n$ (n は整数) の形で表せ。ただし，$0^\circ\leqq\alpha<360^\circ$ とする。

(1)　750°　　(2)　1080°　　(3)　-90°　　(4)　-840°

§2　弧度法

1

次の角を，度数は弧度に，弧度は度数に，それぞれ書き直せ。

(1)　60°　　(2)　90°　　(3)　150°　　(4)　270°　　(5)　720°

(6)　$\dfrac{3}{4}\pi$　　(7)　$\dfrac{5}{2}\pi$　　(8)　$\dfrac{3}{8}\pi$　　(9)　$\dfrac{\pi}{12}$　　(10)　3π

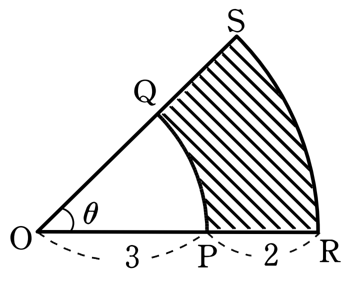
2

次のような扇形の弧の長さ l と面積 S を求めよ。

(1)　半径 6，中心角 $\dfrac{\pi}{3}$　　(2)　半径 8，中心角 150°

3

右の図の扇形において，斜線部分の面積が 2π であるとき，中心角 θ を求めよ。



Theme10　数列　§1　数列の表し方

$\boxed{1}$

一般項が次の式で表される数列 $\{a_n\}$ の，初項から第 5 項までを求めよ．

(1)　$a_n=4n-2$　　　　(2)　$a_n=3\cdot 2^n$

$\boxed{2}$

次の数列はある規則で作られている．その規則を考え，一般項を求めよ．

(1)　3，6，9，12，15，……　　　　(2)　0，1，8，27，64，125，……

(3)　$-\dfrac{1}{2}$，$\dfrac{1}{4}$，$-\dfrac{1}{8}$，$\dfrac{1}{16}$，……　　　　(4)　0，2，-4，6，-8，……

(5)　$1\cdot 1$，$3\cdot 4$，$5\cdot 9$，$7\cdot 16$，　……　　　　(6)　$1-1$，$2+\dfrac{1}{2}$，$3-\dfrac{1}{3}$，$4+\dfrac{1}{4}$，……

§2　等差数列

等差数列の一般式

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

（例）　$a_n \{ 1,\ 4,\ 7,\ 10,\ 13,\ 16,\ \cdots\cdots \}$

3　3　3　3

$13 = 1+3+3+3+3$
$= 1+3\times4$

$a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5,\ \cdots\cdots\ a_{n-1},\ a_n$

$$\underbrace{d\quad d\quad d\quad d\quad d\ \cdots\cdots\ d\quad d}_{n-1\text{個}}$$

dを公差という

$$a_n = a_1 + d + d + d + \cdots\cdots + d$$
$$= a_1 + (n-1)d$$

$\boxed{1}$

次の等差数列の公差と一般項を求めよ．また，第 10 項を求めよ．

(1)　9，6，3，0，……　　　　(2)　□，7，□，17，……

$\boxed{2}$

等差数列において，初項 a，公差 d，第 n 項 a_n として，次のものを求めよ．

(1)　$a=10$，$a_{10}=28$ のとき　d，a_n　　　　(2)　$d=3$，$a_8=12$ のとき　a，a_n

$\boxed{3}$

第 16 項が -50，第 21 項が -80 である等差数列の，初項と公差を求めよ．
また，4 はこの数列の第何項か.

$\boxed{4}$

等差数列 6，10，14，…… において，第何項が初めて 100 より大きくなるか.